Επιχειρησιακή Έρευνα

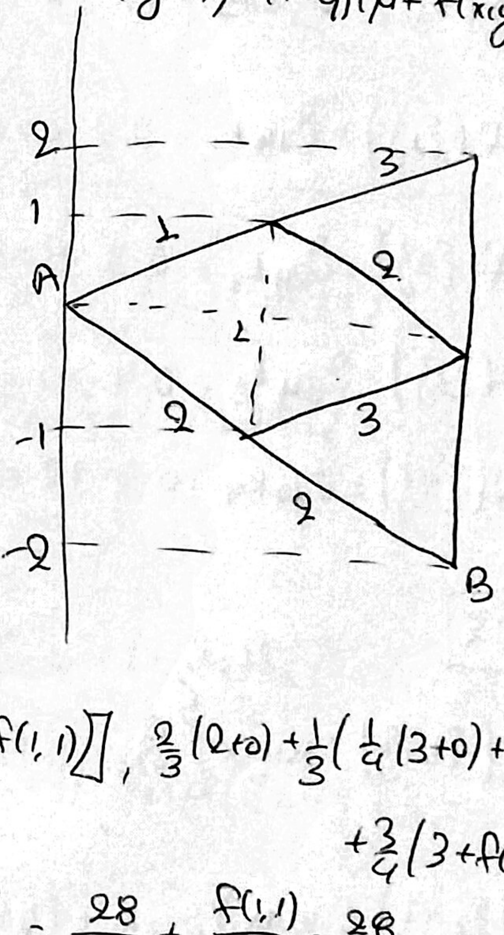
29/11

Λύση άσκησης για το επιτ. 1) Από Φυλλάδιο

$f(x,y) = \min \{ p(a(x,y) + f(x+1,y+1)) + (1-p)[q(\delta(x,y) + f(x+1,y-1)) + (1-q)(\mu + f(x,y))]$

$, p(\delta(x,y) + f(x+1,y-1)) + (1-p)[q(a(x,y) + f(x+1,y+1)) + (1-q)(\mu + f(x,y))] \}$

$f(2,2)=0 \quad f(2,0)=0 \quad f(2,-2)=0$



$f(x,y)$ το ελάχιστο αναμενόμενο κόστος απ' τον κόμβο (x,y) στην ευθεία B

$p = \frac{2}{3} \quad q = \frac{1}{4} \quad \mu = 3$

$f(1,1) = \min \{ \frac{2}{3}(3+0) + \frac{1}{3}[\frac{1}{4}(2+0) + \frac{3}{4}(3+f(1,1))], \frac{2}{3}(2+0) + \frac{1}{3}(\frac{1}{4}(3+0) + \frac{3}{4}(3+f(1,1))] \}$

$= \min \{ \frac{35}{12} + \frac{f(1,1)}{4}, \frac{28}{12} + \frac{f(1,1)}{4} \} = \frac{28}{12} + \frac{f(1,1)}{4} = \frac{28}{9}$ δεξιά

$f(1,-1) = \min \{ \frac{2}{3}(3+0) + \frac{1}{3}[\frac{1}{4}(2+0) + \frac{3}{4}(3+f(1,-1))], \frac{2}{3}(2+0) + \frac{1}{3}(\frac{1}{4}(3+0) + \frac{3}{4}(3+f(1,-1))] \}$

$f(1,-1) = \frac{28}{9}$ δεξιά

$f(0,0) = \min \{ \frac{47}{12} + \frac{1}{4}f(0,0), \frac{19}{4} + \frac{1}{4}f(0,0) \} = \frac{47}{12} + \frac{1}{4}f(0,0) = \frac{47}{9}$ αριστερά

2) $f(A(j))$: η μέγιστη αναμενόμενη βαθμολογία που μπορεί να πετύχει σκοπευτής αν έχουν απομείνει για να ρίξει οι j στόχοι του συνόλου $A(j)$

Ορίζω $$f(A(j)) = \max_{i \in A(j)} \left\{ \theta_{i,5-j} k_i + (1-\theta_{i,5-j}) f(A(j) - \{i\}) \right\}$$

$\boxed{j=1}$

$$f(\{j\}) = \theta_{j4} k_j + (1-\theta_{j4}) \cdot 0 = \theta_{j4} k_j$$

$$f(\{1\}) = \theta_{14} k_1 = 0,2 \cdot 6 = 1,2$$

$$f(\{2\}) = \theta_{24} k_2 = 0.3 \cdot 8 = 2.4$$

$$f(\{3\}) = \theta_{34} k_3 = 0.4 \cdot 10 = 4$$

$$f(\{4\}) = \theta_{44} k_4 = 0.2 \cdot 12 = 2.4$$

$\boxed{j=2}$

$$f(\{1,2\}) = \max\{\theta_{13}k_1 + (1-\theta_{13}) f(\{2\}), \theta_{23}k_2 + (1-\theta_{2}) f(\{1\})\} =$$

$$f(\{1,3\}) = \max\{\theta_{13}k_1 + (1-\theta_{13}) f(\{3\}), \theta_{33}k_3 + (1-\theta_{33}) f(\{1\})\} =$$

$$f(\{1,4\}) = \max\{\theta_{13}k_1 + (1-\theta_{13}) f(\{4\}), \theta_{43}k_4 + (1-\theta_{43}) f(\{1\})\} =$$

$$f(\{2,3\}) = \max\{\theta_{23}k_2 + (1-\theta_{23}) f(\{3\}), \theta_{33}k_3 + (1-\theta_{33}) f(\{2\})\} =$$

$$f(\{2,4\}) = \max\{\theta_{23}k_2 + (1-\theta_{23}) f(\{4\}), \theta_{43}k_4 + (1-\theta_{43}) f(\{2\})\} =$$

$$f(\{3,4\}) = \max\{\theta_{33}k_3 + (1-\theta_{33}) f(\{4\}), \theta_{43}k_4 + (1-\theta_{43}) f(\{3\})\} =$$

$\Rightarrow$

②

$= \max\{3.12, 3.92\} = 3.92$

$\Rightarrow \quad = \max\{4.4, \underline{5.6}\} = \underline{5.6}$

$= \max\{3.12, 5.52\} = 5.52$

$= \max\{5.6, 6.2\} = 6.2$

$= \max\{4.64, 6.24\} = 6.24$

$= \max\{6.2, 7.2\} = 6.2$

$\boxed{j=3}$

$f(\{1,2,3\}) = \max\{\vartheta_{12}\kappa_1 + (1-\vartheta_{12}) f(\{2,3\}), \underline{\vartheta_{22}\kappa_2 + (1-\vartheta_{22}) f(\{1,3\})},$

$\vartheta_{32}\kappa_3 + (1,\vartheta_{32}) f(\{1,2\})\} =$

$= \max\{6.12, \underline{7.28}, 5.18\} = \underline{7.28}$

$f(\{1,2,4\}) = \max\{\vartheta_{12}\kappa_1 + (1-\vartheta_{12}) f(\{2,4\}), \vartheta_{22}\kappa_2 + (1-\vartheta_{22}) f(\{1,2\}),$

$, \vartheta_{42}\kappa_4 + (1-\vartheta_{42}) f(\{1,4\})\} =$

$= \max\{6.14, 7.26, 7.15\} = 7.26$

$f(\{1,3,4\}) = \max\{\vartheta_{12}\kappa_1 + (1-\vartheta_{12}) f(\{3,4\}), \vartheta_{32}\kappa_3 + (1-\vartheta_{32}) f(\{1,4\}),$

$, \vartheta_{42}\kappa_4 + (1-\vartheta_{42}) f(\{2,3\})\} =$

$= \max\{6.72, 6.42, 7.52\} = 7.52$

$$f(\{2,3,4\}) = \max\{\vartheta_{22}k_2 + (1-\vartheta_{22})f(\{3,4\}),\ \vartheta_{32}k_3 + (1-\vartheta_{32})f(\{2,4\}),$$

$$\vartheta_{42}k_4 + (1-\vartheta_{42})f(\{2,3\})\} = \max\{7.72,\ 6.99,\ 7.94\} = 7.94$$

$\boxed{j=4}$

$$f(\{1,2,3,4\}) = \max\{\vartheta_{11}k_1 + (1-\vartheta_{11})f(\{1,2,3\}),\ \vartheta_{21}k_2 + (1-\vartheta_{22})f(\{1,3,4\}),$$

$$,\vartheta_{31}k_3 + (1-\vartheta_{31})f(\{1,2,4\}),\ \underline{\vartheta_{41}k_4 + (1-\vartheta_{41})f(\{1,2,3\})}\} =$$

$$= \max\{6.78,\ 7.8,\ 8.63,\ \underline{9.14}\} = \underline{9.17}$$

<u>πολιτική που ακολουθώ</u>

~~1ος~~ $4^{ος} - 2^{ος} - 3^{ος} - 1^{ος}$

3) Ορίζω $\varphi_i(x_i)$ το αναμενόμενο κέρδος αν δοθούν x_i μηχανές στην πόλη j

$f_i(x) =$ το μέγιστο αναμενόμενο κέρδος αν δοθούν x μηχανές στα εισφορία των πόλεων $i, i+1, 3$

$$f_i(x) = \max_{x_i}\{\varphi_i(x_i) + f_{i+1}(x - x_i)\}$$

Στην ουσία ορίζω τις φάσεις τις πόλεις

$$f_3(x) = \varphi_3(x)$$

$\varphi_3(0)=0$

$\varphi_3(1)=p_1^k\,220+p_2^k\,220+p_3^k\,220=220$

$\varphi_3(2)=p_1^k\,220+p_2^k\,440+p_3^k\,440=330$

$\varphi_3(3)=p_1^k\,220+p_2^k\,440+p_3^k\,660=352$

$\varphi_3(x)=\varphi_3(3)=352 \quad x>3$

$\varphi_i(x)$

$\varphi_2(0)=0$

$\varphi_2(1)=220$

$\varphi_2(2)=352$

$\varphi_2(3)=396$

$\varphi_2(4)=418$

$\varphi_2(x)=\varphi_2(4)=418 \quad x\geq 4$

$\varphi_1(0)=0$

$\varphi_1(1)=200$

$\varphi_1(2)=390$

$\varphi_1(3)=570$

$\varphi_1(4)=730$

$\varphi_1(5)=850$

$\varphi_1(6)=910$

$\varphi_1(7)=930$

$\varphi_1(x)=\varphi_1(7)=930 \quad x>7$

$\boxed{i=2}$

$f_2(0)=0$

$f_2(1)=\max\{\varphi_2(0)+f_3(1),\ \varphi_2(1)+f_3(0)\}=\max\{220,220\}=220$

$f_2(2)=\max\{\varphi_2(0)+f_3(2),\ \varphi_2(1)+f_3(1),\ \varphi_2(2)+f_3(0)\}=$

$=\max\{330,550,352\}=550$

$f_2(3) = \ldots$

⋮

$f_2(9) = \ldots$ (μέχρι εδώ φτάνω)

και μετά υπολογίζω το $f_1(9)$ μόνο.

Πρέπει να βρω : S_{max} στην δεσ, 2 στην λαρ, 2 στην καβ.

---

4) ως φάσεις ορίζονται οι ~~ε~~ επαναλήψεις ~~σε~~ του παιχνιδιού : n

μεταβλητή απόφασης → τι θα παίξει : x_n

κατάσταση → πόσα έχει : S

$f_n(S, x_n)$

$$f_n^*(S) = \max_{x_n = 0,1,\ldots,S} f_n(S, x_n)$$

$$f_n(S, x_n) = \frac{1}{3} f_{n+1}^*(S - x_n) + \frac{2}{3} f_{n+1}^*(S + x_n)$$

$$f_n^*(S) = \max_{x_n = 0,1,\ldots,S} \left\{ \frac{1}{3} f_{n+1}^*(S - x_n) + \frac{2}{3} f_{n+1}^*(S + x_n) \right.$$

$\boxed{u=3}$

s	$f_3(x_3)$	x_3^*
0	0	–
1	0	–
2	0	–
3	2/3	2 ή περισ.
4	2/3	1 ή περισ.
≥ 5	1	0 ή ...

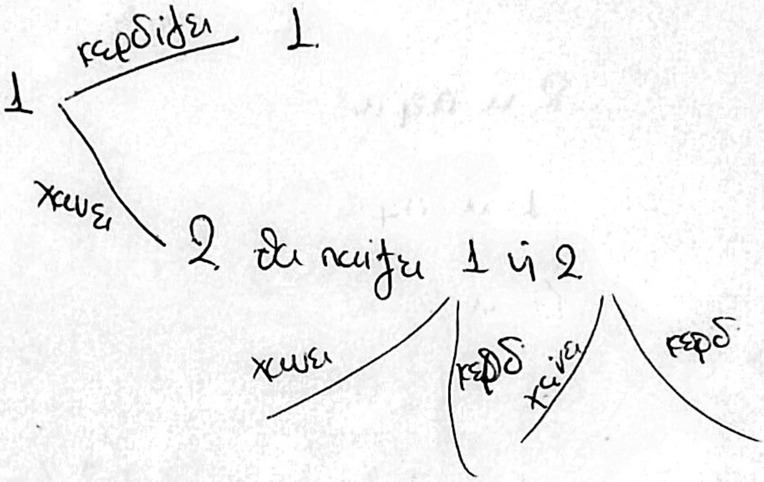
$\boxed{u=3}$ $$f_2(s, x_2) = \frac{1}{3} f_3^*(s-x_2) + \frac{2}{3} f_3^*(s+x_2)$$

$s \backslash x_2$	0	1	2	3	4	$f_2^*(s)$	x_2^*
0						0	–
1	–	–				0	–
2	0	4/9	4/9			4/9	1 ή 2
3	2/3	4/8	2/3	2/3		2/3	0, 2, 3
4	2/3	8/9	2/3	2/3	2/3	8/9	1
≥ 5	1						0

$\boxed{n=1}$

$s \backslash x_1$	0	1	2	3	$f_1^*(s)$	x_1^*
3	$2/3$	$20/27$	$2/3$	$2/3$	$20/27$	1

Άρα παίζει 1



Στην ουσία θα σχηματιστεί ένα δεντράκι ανάλογα με το αν κερδίζει ή αν χάνει. Το ίδιο και στις περιπτώσεις όπου έχει επιλογές να παίξει 1 ή 2 ή περισσ. κ.λ.π.

5) Φάσεις → συστήματα : n

x_n: ο αριθμός γεννητριών που εγκαθίστανται στο υποσύστημα n

S_i: συνολικό αριθμό γεννητριών από το σύστημα $i, \dots, n$

P(ολικής πτώσης) = P(πτώση 1)P(πτώση 2) P(πτώση 3)

$f_i^*(s_i)$ η ελάχιστη πιθανότητα πτώση για $i, \dots, n$

$$f_i^*(s_i) = \min_{0 \le x_i \le s_i} p_i(x_i) f_{i+1}^*(s - x_i)$$

5

s_3	$f_3^*(s_3)$	x_3^*
0	1	0
1	0.5	1
2	0.2	2
3	0.1	3
4	0.05	4
5	0.01	5

$f_2^*(s_2) = p_2(x_2)\, f_3^*(s_2 - x_2)$

$s_2 \backslash x_2$	0	1	2	3	4	5	$f_2^*(s_2)$	x_2^*
0	1	–					1	0
1	0.5	0.4					0.4	1
2	0.2	0.2	0.15				0.15	2
3	0.1	0.08	0.075	0.08			0.75	2
4	0.05	0.04	0.08	0.04	0.04		0.03	2
5	0.01	0.02	0.015	0.016	0.02	0.02	0.01	0

$s_1 \backslash x_1$	0	1	2	3	4	5	$f_1^*(s_1)$
5	1	0.009	0.006	0.006	0.008	0.01	0.006
			//	//			
			0.08 · 0.075	0.04 · 0.15			

~~Β~~ Πολιτική : 2 στην 1η , ~~2~~ 2 στην 2η , 1 στην 3η

ή 3 στην 1η , 2 στην 2η , 0 στην 3η

6) ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

Ζητείται $\max \prod_{i=1}^{N} x_i$

$\sum_{i=1}^{N} x_i = 9$ $\quad x_i \geq 0$ $\quad$ Λύση

Θδο ~~x~~ $x_i = \frac{9}{N}$